

# ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПЕРЕМЕННОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Волянский Р.С.

*Днепродзержинский государственный технический  
университет, 51918, Каменское, ул. Днепростроевская, 2,  
voliansky@ua.fm*

**Введение.** С математической точки зрения задача управления любым динамическим объектом представляет собой задачу достижения объектом управления некоторых желаемых траекторий движения. Формирование таких траекторий может осуществляться путем использования различных принципов и подходов, базирующихся на классических [1] и современных методах [2-4] теории управления. Несмотря на большое разнообразие используемых методов создания систем управления, порядок синтезированных замкнутых систем может отличаться от порядка исходного объекта, но остается при этом неизменным. Это накладывает определенные ограничения на динамические характеристики системы.

Устранить это ограничение можно путем изменения порядка системы управления в процессе ее функционирования. Например, в соответствии со следующим алгоритмом: при пуске замкнутая система имеет достаточно большой порядок, который позволяет обеспечить плавное начало разгона, препятствующее возникновению рывков; затем по мере разгона системы ее порядок уменьшается, обеспечивая дополнительную форсировку, и достигает минимального значения при выходе на заданный режим работы, создавая возможность быстрой компенсации возможных отклонений от желаемой траектории движения.

Современная теория управления оперирует с динамическими объектами целой размерности, изменение порядка которых может осуществляться дискретно, приводя при этом к существенной деформации траекторий движения замкнутой системы. Устранить этот недостаток можно путем использования на этапе синтеза систем управления методов дробного интегрирования [5], которые являются обобщением методов классического дифференциального исчисления на случай интегралов и производных дробного порядка. Одним из наиболее известных подходов к определению производной дробного порядка является использование формулы Грюнвальда-Летникова [5]

$$D^{\alpha} f(t) = h^{-\alpha} \sum_{j=0}^k (-1)^j \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha-j+1)} f(t_{k-j}), \quad \alpha \in R, \quad (1)$$

где  $\alpha$  - порядок производной,  $\Gamma(\cdot)$  - гамма-функция,  $h$  - шаг дискретизации,  $t_{k-j}$  - момент времени  $j$  шагов назад от текущего значения. Наличие в выражении (1) порядка степени  $\alpha$ , создает предпосылки для изменения порядка

производной в функции от координат динамической системы и позволяет формировать траектории ее движения.

**Постановка задач исследования.** Целью настоящей работы является построение замкнутой системы управления переменного порядка для динамического объекта, движение которого описывается одним линейным дифференциальным уравнением.

**Материалы исследования.** Пусть траектории движения динамического объекта 1-го порядка описываются дифференциальным уравнением в относительных единицах

$$py = ay + mU, \quad (2)$$

где  $a, m$  - некоторые коэффициенты,  $p$  - оператор дифференцирования.

Управляющее воздействие  $U$  будем искать в классе непрерывных функций

$$U = m^{-1}(p-a)p^{f(y^*,y)}(y^* - y), \quad (3)$$

где  $y^*$  - желаемая траектория движения,  $p^{f(y^*,y)}$  - оператор дробного интегрирования, порядок которого зависит от координаты объекта управления и ее желаемого значения.

Задавшись максимальным  $\alpha_{\max}$  и минимальным  $\alpha_{\min}$  порядками динамической системы, определим функцию  $f(y^*,y)$  следующим образом

$$f(y^*,y) = \alpha_{\max} + 0.5(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})(y^* - y). \quad (4)$$

С учетом функции (4) алгоритм (3) можно представить следующим образом

$$U = m^{-1}(p-a)p^{\alpha_{\max} + 0.5(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})(y^* - y)}(y^* - y). \quad (5)$$

**Выводы.** Построение системы управления в соответствии с алгоритмом (5) позволяет изменять порядок этой системы в заданном диапазоне в функции ошибки управления.

### Список литературы

1. Башарин А. В. Управление электроприводами /А. В. Башарин, В. А. Новиков, Г. Г. Соколовский//Л.: Энергоиздат, 1982. – 392с.
2. Пупков К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т3. Синтез регуляторов САУ/ К. А. Пупков, Н. Д. Егупов //М.: Изд-во МГТУ им.Баумана, 2004.– 616с.
3. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы/ Д. П. Ким // М.: Физматлит, 2004 – 464с.
4. Садовой А. В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами/ А. В. Садовой, Б. В. Сухинин, Ю. В. Сохина.// К.: ИСИМО, 1998. – 298с.
5. Нахушев А. М. Дробное исчисление и его применение/ А. М. Нахушев.// М.: Физматлит, 2003. – 272 с.